Lösungen Anwendungsaufgaben (2)

1. x_1 = Anzahl Schrauben A, x_2 = Anz. Schrauben B, x_3 = Anzahl Schrauben C

$$\begin{array}{rl|l}
M_1: & 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 600 & \cdot 2 \quad]- \\
\Rightarrow M_2: & x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 540 & \quad]- \\
M_3: & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 560 &
\end{array}$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l}
2x_1 + 4x_2 + x_3 = 600 \\
3x_1 + 5x_2 = 660 \\
-3x_1 = -20
\end{array}\right| \quad \Rightarrow x_1 = \frac{20}{3} \approx 6{,}67$$

in II: $5x_2 = 660 - 3 \cdot \frac{20}{3} = 640 \Leftrightarrow x_2 = 128$

in I: $x_3 = 600 - 2 \cdot \frac{20}{3} - 4 \cdot 128 = \frac{224}{3} \approx 74{,}67$

A: Es können täglich ca. 6 Schrauben der Sorte A, 128 Schrauben der Sorte B und 74 Schrauben der Sorte C hergestellt werden.

2. x_1 = Kabeljau in g ; x_2 = Kartoffeln in g ; x_3 = Butter in g

$$\begin{array}{rl|l}
E: & 0{,}165x_1 + 0{,}02x_2 + 0{,}008x_3 = 75 & \cdot 0{,}004 \quad]- \\
\Rightarrow F: & 0{,}004x_1 + 0{,}002x_2 + 0{,}82x_3 = 75 & \cdot 0{,}165 \\
KH: & 0{,}209x_2 + 0{,}007x_3 = 400 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl|l}
E: & 0{,}165x_1 + 0{,}02x_2 + 0{,}008x_3 = 75 & \\
F: & -2{,}5 \cdot 10^{-4}x_2 - 0{,}135268x_3 = -12{,}075 & \cdot 0{,}209 \quad]+ \\
KH: & 0{,}209x_2 + 0{,}007x_3 = 400 & \cdot 0{,}00025
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl|}
E: & 0{,}165x_1 + 0{,}02x_2 + 0{,}008x_3 = 75 \\
F: & 0{,}00025x_2 - 0{,}135268x_3 = -12{,}075 \\
KH: & -0{,}028269262x_3 = -2{,}423675
\end{array}$$

$\Rightarrow x_3 \approx 85{,}74$; $x_2 \approx 1911{,}0$; $x_3 \approx 218{,}75$

A: Um seinen Bedarf zu decken, muss man ca. 85 g Butter, 1900 g Kartoffeln und 219 g Kabeljau essen.

3. x_1 = Ziffer 1, x_2 = Ziffer 2, ...

$$\left|\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 + x_4 = 11 \\ x_1 - x_4 = 3 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 + x_4 = 11 \\ 2x_1 = 14 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow x_1 = 7 \; ; \; x_2 = 4 \; ; \; x_3 = 5 \; ; \; x_4 = 4 \quad \Rightarrow n = 7454$

4. b) C: $6x_1 = x_3$

H: $12x_1 = 2x_4$

O: $6x_1 + 2x_2 = 2x_3 + x_4$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} 6x_1 - x_3 = 0 \\ 12x_1 - 2x_4 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \end{array}\right|$$

$x_1 =: t \Rightarrow x_3 = 6t \; ; \; 2x_4 = 12t \Leftrightarrow x_4 = 6t$

in O: $6t + 2x_2 - 2 \cdot 6t - 6t = 0 \Leftrightarrow 2x_2 = 12t \Leftrightarrow x_2 = 6t$

$\Rightarrow x_1 = t \; ; \; x_2 = x_3 = x_4 = 6t$. Wähle $t = 1$

$\Rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \longrightarrow 6CO_2 + 6H_2O$

a) Fe: $x_1 = 2x_3$

O: $2x_2 = 3x_3$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} x_1 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow x_3 = t \Rightarrow x_1 = 2t \; ; \; x_2 = \frac{3}{2}t$. Wähle $t = 2$.

$\Rightarrow 4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$

A: Um seinen Bedarf zu decken, muss man ca. 85 g Butter, 1900 g Kartoffeln und 219 g Kabeljau essen.

3. $x_1 = \text{Ziffer } 1$, $x_2 = \text{Ziffer } 2$, ...

$$\left|\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 + x_4 = 11 \\ x_1 - x_4 = 3 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 + x_4 = 11 \\ 2x_1 = 14 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow x_1 = 7$; $x_2 = 4$; $x_3 = 5$; $x_4 = 4$ $\Rightarrow$ $n = 7454$

4. b) C: $6x_1 = x_3$

H: $12x_1 = 2x_4$

O: $6x_1 + 2x_2 = 2x_3 + x_4$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} 6x_1 - x_3 = 0 \\ 12x_1 - 2x_4 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \end{array}\right|$$

$x_1 =: t$ $\Rightarrow$ $x_3 = 6t$; $2x_4 = 12t \Leftrightarrow x_4 = 6t$

in O: $6t + 2x_2 - 2 \cdot 6t - 6t = 0 \Leftrightarrow 2x_2 = 12t \Leftrightarrow x_2 = 6t$

$\Rightarrow x_1 = t$; $x_2 = x_3 = x_4 = 6t$. Wähle $t = 1$

$\Rightarrow$ $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \longrightarrow 6CO_2 + 6H_2O$

a) Fe: $x_1 = 2x_3$

O: $2x_2 = 3x_3$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} x_1 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow x_3 = t$ $\Rightarrow$ $x_1 = 2t$; $x_2 = \frac{3}{2}t$. Wähle $t = 2$.

$\Rightarrow$ $4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$

4. c) $C: \; 3x_1 = x_2$

$H: \; 5x_1 = 2x_3$

$N: \; 3x_1 = 2x_4$

$O: \; 9x_1 = 2x_2 + x_3 + 2x_5$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{rrrrrl} 3x_1 & -x_2 & & & & = 0 \\ 5x_1 & & -2x_3 & & & = 0 \\ 3x_1 & & & -2x_4 & & = 0 \\ 9x_1 & -2x_2 & -x_3 & & -2x_5 & = 0 \end{array} \right|$$

$\Rightarrow x_1 =: t \Rightarrow x_2 = 3t \;;\; x_3 = \frac{5}{2}t \;;\; x_4 = \frac{3}{2}t \;;\; x_5 = \frac{1}{4}t$

$\Rightarrow$ Wähle $t = 4$. $\Rightarrow x_1 = 4 \;;\; x_2 = 12 \;;\; x_3 = 10 \;;\; x_4 = 6 \;;\; x_5 = 1$

$$\Rightarrow 4\, C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 12\, CO_2 + 10\, H_2O + 6\, N_2 + O_2$$

5. Für jede Kreuzung wird eine Gleichung aufgestellt. Es können jeweils nur so viele Fahrzeuge von einer Kreuzung wegfahren wie ankommen.

$$\begin{array}{l} A: \\ B: \\ C: \\ D: \end{array} \left| \begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ x_1 & +x_2 & & & = 500 \\ & x_2 & +x_3 & & = 200 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & x_2 & +x_3 & & = 200 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \\ & & & 0 & = 0 \end{array} \right|$$

$\Rightarrow$ Wähle $x_4 = t$. $\Rightarrow x_3 = 300 - t \;;\; x_2 = -100 + t \;;\; x_1 = 600 - t$

a) Nein, für $t = 0$ wäre $x_2 < 0$, das ist aber nicht möglich.
(Praktisch gesehen würden 600 Fahrzeuge auf B zu, aber nur 500 wegfahren.)

b) Es gilt $x_3 = 300 - t$ und damit $t \geq 300$, da $x_3 \geq 0$ sein muss.
Daraus folgt für $AB = x_1 \geq 600 - 300 = 300$. Die minimale Verkehrsdichte ist also 300 Fahrzeuge.

c) Aus x_2 folgt $t \geq 100 \Rightarrow x_3 \leq 200$.

4\. c)

$$\begin{array}{ll} C: & 3x_1 = x_2 \\ H: & 5x_1 = 2x_3 \\ N: & 3x_1 = 2x_4 \\ O: & 9x_1 = 2x_2 + x_3 + 2x_5 \end{array} \Rightarrow \left|\begin{array}{rrrrrl} 3x_1 & -x_2 & & & & = 0 \\ 5x_1 & & -2x_3 & & & = 0 \\ 3x_1 & & & -2x_4 & & = 0 \\ 9x_1 & -2x_2 & -x_3 & & -2x_5 & = 0 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow x_1 =: t \Rightarrow x_2 = 3t \; ; \; x_3 = \frac{5}{2}t \; ; \; x_4 = \frac{3}{2}t \; ; \; x_5 = \frac{1}{4}t$

$\Rightarrow$ Wähle $t = 4$. $\Rightarrow x_1 = 4 \; ; \; x_2 = 12 \; ; \; x_3 = 10 \; ; \; x_4 = 6 \; ; \; x_5 = 1$

$$\Rightarrow 4\, C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 12\, CO_2 + 10\, H_2O + 6\, N_2 + O_2$$

5\. Für jede Kreuzung wird eine Gleichung aufgestellt. Es können jeweils nur so viele Fahrzeuge von einer Kreuzung wegfahren wie ankommen.

$$\begin{array}{l} A: \\ B: \\ C: \\ D: \end{array} \left|\begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ x_1 & +x_2 & & & = 500 \\ & x_2 & +x_3 & & = 200 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & x_2 & +x_3 & & = 200 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{rrrrl} x_1 & & & +x_4 & = 600 \\ & -x_2 & & +x_4 & = 100 \\ & & x_3 & +x_4 & = 300 \\ & & & 0 & = 0 \end{array}\right|$$

$\Rightarrow$ Wähle $x_4 = t$. $\Rightarrow x_3 = 300 - t \; ; \; x_2 = -100 + t \; ; \; x_1 = 600 - t$

a) Nein, für $t = 0$ wäre $x_2 < 0$, das ist aber nicht möglich.
(Praktisch gesehen würden 600 Fahrzeuge auf B zu, aber nur 500 wegfahren.)

b) Es gilt $x_3 = 300 - t$ und damit $t \geq 300$, da $x_3 \geq 0$ sein muss.
Daraus folgt für $AB = x_1 \geq 600 - 300 = 300$. Die minimale Verkehrsdichte ist also 300 Fahrzeuge.

c) Aus x_2 folgt $t \geq 100 \Rightarrow x_3 \leq 200$.