

# Lösungen 27.3.

S. 181, 2

g und h sind parallel verschieden, denn  $P_h(-2|3|1)$  ( $\rightarrow$  Stützvektor von h) liegt nicht auf g. Auch  $P_i(-3|0|3) \notin g$ , also sind auch j und i parallel verschieden.

g und j sind identisch: Wie bei all diesen Geraden sind die Richtungsvektoren Vielfache voneinander und  $P_j(-3|-3|6)$  liegt auf g:

$$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} = (-3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

h und i sind ebenfalls identisch:  $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \checkmark$  für  $r = \frac{1}{3}$

S. 182

4.b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$

Sorry, hab mich verapicht! Das  $\vec{v}$  ist 4b!

$\vec{v} = -2 \cdot \vec{u} \Rightarrow g$  u.  $h$  sind parallel oder identisch

$\Rightarrow$  liegt  $P(4|2|1)$  auf  $h$ ?

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 4 = 6 + 2r & \Rightarrow r = -1 \\ 2 = 3 - 2r & \Rightarrow r = \frac{1}{2} \\ 1 = 18 - 6r & \end{matrix} \quad \downarrow \quad g \neq h$$

$\Rightarrow g$  und  $h$  sind parallel verschieden

a)  $g: \vec{x} = r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -18 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}; \vec{u}$  und  $\vec{v}$  sind keine Vielfache

$g \cap h \Rightarrow s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -18 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -s = -6 + 2t \\ s = 3 - t \\ 3s = -18 + 6t \end{matrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} -s - 2t = -6 \\ s + t = 3 \\ 3s - 6t = -18 \end{matrix} \quad \downarrow + \quad \Leftrightarrow \begin{matrix} -s - 2t = 6 \\ -t = -3 \\ 3s - 6t = -18 \end{matrix} \Rightarrow t = 3$$

$t = 3$  in I:  $-s - 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow s = 0$ ; in III:  $3s - 6 \cdot 3 = -18 \Rightarrow s = 0$

$\Rightarrow g$  und  $h$  schneiden sich

$\Rightarrow \vec{OS} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow S(0|0|0)$

c)  $g: \vec{x} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$   $\neq$  Ich habe die Parameter hier gleich umbenannt!

gsh:  $s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 6 + 2t \\ 2s = 3 - t \\ 4s = 18 + 6t \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} s - 2t = 6 \\ 2s + t = 3 \\ 4s - 6t = 18 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 4 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} s - 2t = 6 \\ -5t = 9 \\ -14t = 6 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{9}{5} \Rightarrow t = -\frac{18}{10} \downarrow$

$\Rightarrow g$  und  $l$  sind windschief ( $\vec{u}$  u.  $\vec{v}$  sind keine Vielfache)

d)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\vec{u} = -\frac{1}{3} \cdot \vec{v} \Rightarrow g$  und  $l$  sind parallel identisch oder parallel versch.

$\Rightarrow$  liegt  $P(2|3|3)$  auf  $g$ ?

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \checkmark \text{ für } s=1 \Rightarrow P \in g \Rightarrow g=l$

7.  $g$  und  $i$  sind windschief, denn:

$l_i$  und  $i$  haben denselben Richtungsvektor, sind also parallel oder identisch.

$g$  und  $l_i$  haben denselben Stützvektor, schneiden sich also in  $P(1|2|3)$ .