

2 Lösen von Gleichungen, in denen eine Variable mehrfach vorkommt

In der Gleichung $9 + 6x + 3 - 4x = 5x - 4 - x$ kommt die Variable mehrfach vor. Auch hier kann man aber genau das gleiche Prinzip wie im letzten Kapitel anwenden, um die Gleichung zu lösen.

! Wenn wir die Gleichung so verändern, dass wir am Ende die Lösung für x erhalten, nennen wir das auch: „Wir lösen die Gleichung nach x auf.“

Betrachten wir zuerst ein einfaches Beispiel:

$$5x = 3x - 6$$

x steht auf beiden Seiten der Gleichung. Um die Lösung von x zu erhalten, müssen wir aber erreichen, dass x nur noch auf einer Seite der Gleichung steht. Um den Term $3x$ von der rechten Seite zu entfernen, müssen wir ihn auf beiden Seiten der Gleichung subtrahieren:

	$5x$	$=$	$3x - 6$	$ -3x$	Wir ziehen von beiden Seiten $3x$ ab.
$\Leftrightarrow$	$5x - 3x$	$=$	$3x - 3x - 6$		Wir fassen die Terme zusammen.
$\Leftrightarrow$	$2x$	$=$	-6	$:2$	Wir teilen beide Seiten durch 2.

Probe:	$5 \cdot (-3)$	$=$	$3 \cdot (-3) - 6$		
	-15	$=$	$-9 - 6$		Wahre Aussage $\Rightarrow L = \{-3\}$

Bei Gleichungen mit mehreren Termen wird es einfacher, wenn wir vor dem Auflösen alle gleichartigen Glieder zusammenfassen, hier also alle Summanden mit x und alle Summanden ohne x :

	$9 + 6x + 3 - 4x$	$=$	$5x - 4 - x$		Wir ordnen die Terme so, dass alle gleichartigen Terme nebeneinanderstehen.
$\Leftrightarrow$	$9 + 3 + 6x - 4x$	$=$	$5x - x - 4$		Wir fassen alle gleichartigen Terme zusammen.
$\Leftrightarrow$	$12 + 2x$	$=$	$4x - 4$	$ -4x$	Wir ziehen von beiden Seiten $4x$ ab.
$\Leftrightarrow$	$12 + 2x - 4x$	$=$	$4x - 4x - 4$		Wir fassen zusammen.
$\Leftrightarrow$	$12 - 2x$	$=$	-4	$ -12$	Wir ziehen von beiden Seiten 12 ab.
	$12 - 12 - 2x$	$=$	$-4 - 12$		Wir fassen zusammen.
	$-2x$	$=$	-16	$:(-2)$	Wir teilen durch 2.
	x	$=$	8		
Probe:	$9 + 6 \cdot 8 + 3 - 4 \cdot 8$	$=$	$5 \cdot 8 - 4$		
	28	$=$	28		Wahre Aussage $\Rightarrow L = \{8\}$

Die markierten Zwischenschritte schreibt man meist nicht auf, sondern erledigt sie im Kopf. Meinen handschriftlichen Lösungsweg zu dieser Aufgabe habe ich als Beispiel zum Merksatz angefügt.



Üblicherweise bringt man die Summanden mit Variable auf die linke Seite, die ohne Variable auf die rechte Seite. Manchmal ergibt es sich aber aus der Rechnung, dass die Variable auf der rechten Seite steht – das ändert nichts an der Lösungsmenge: $x = 5$ bedeutet genau das gleiche wie $5 = x$

Man darf die beiden Seiten einer Gleichung auch vertauschen:

$$6 = x - 2 \quad \Leftrightarrow \quad x - 2 = 6$$

Dabei muss man aber darauf achten, jeweils den vollständigen Term (inklusive aller Vorzeichen) mitzunehmen!

Im folgenden Merksatz werden dieses Vorgehen zusammengefasst, bitte übernehmt ihn (zusammen mit der Überschrift **und dem Beispiel** in euer Regelheft.

2 Lösen von Gleichungen, in denen eine Variable mehrfach vorkommt

Strategie beim Bestimmen der Lösungsmenge einer Gleichung

Um die Variable auf einer Seite zu isolieren, geht man in folgenden Schritten vor:

- (1) Zusammenfassen gleichartiger Glieder auf beiden Seiten der Gleichung
(hier: alle Summanden mit Variable und alle Summanden ohne Variable)
- (2) Sortieren der Summanden: mit Variable auf einer Seite, ohne Variable auf die andere Seite der Gleichung
- (3) Isolieren der Variable durch Division durch ihren Vorfaktor

Bsp.: $9 + 6x + 3 - 4x = 5x - 4 - x$

$$\begin{array}{rcl} 2x + 12 & = & 4x - 4 \\ -2x + 12 & = & -4 \\ -2x & = & -16 \\ x & = & 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -4x \\ | -12 \\ | : (-2) \end{array}$$

Aufgaben

1. Übernimm den Merksatz (oben) und das Beispiel in dein Regelheft.
2. Bearbeite die folgenden Aufgaben im Buch:
S. 90, Nr. 2a-c
S. 91, Nr. 3 a-e
S.91, Nr. 7

Freiwillig:

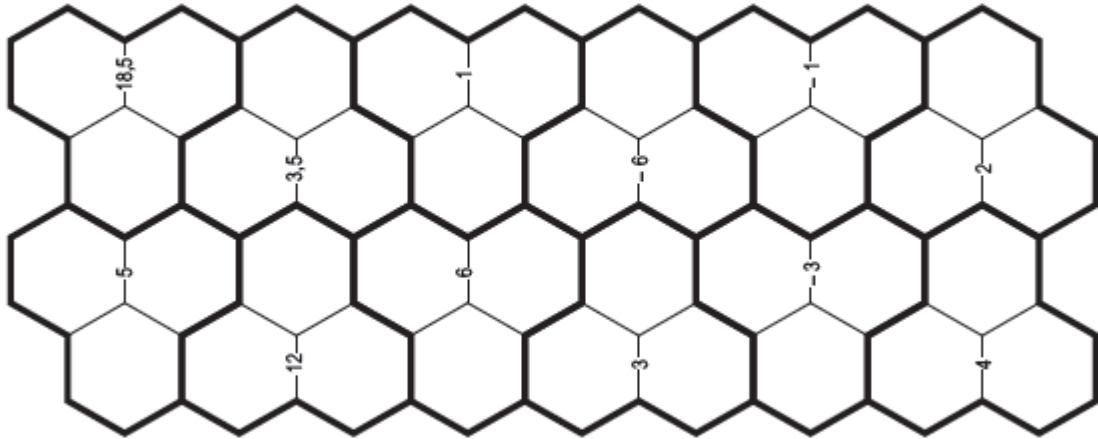
Übungsblätter auf den nächsten beiden Seiten (Nr. 1 ist etwas leichter als Nr. 2)

Mithilfe von Umkehroperatoren lässt sich die Zahl x eigentlich schnell bestimmen. Allerdings sind einige Ergebnisse richtig, andere falsch. Kreuze den entsprechenden Buchstaben an. Du erhältst bei richtiger Lösung ein englisches Sprichwort. Korrigiere auf jedem Fall die falsche Lösung.

RICHTIG FALSCH

$x \xrightarrow{\cdot 2} \square \xrightarrow{+ 8} 22$	$x = 8$	S	H
$x \xrightarrow{: 6} \square \xrightarrow{+ 18} 27$	$x = 1,5$	E	O
$x \xrightarrow{\cdot 0,5} \square \xrightarrow{- 3} 9$	$x = 24$	M	E
$x \xrightarrow{: 5} \square \xrightarrow{+ 17} 26$	$x = 40$	I	E
$x \xrightarrow{\cdot (-1,5)} \square \xrightarrow{+ 13} 22$	$x = -6$	I	N
$x \xrightarrow{\cdot 3} \square \xrightarrow{+ 7} -8$	$x = 5$	G	S
$x \xrightarrow{\cdot (-2)} \square \xrightarrow{+ 3,6} -7$	$x = 5,3$	W	I
$x \xrightarrow{: 8} \square \xrightarrow{+ 9} 15$	$x = 54$	S	H
$x \xrightarrow{: (-3)} \square \xrightarrow{+ 4} -5$	$x = 27$	E	B
$x \xrightarrow{\cdot 12} \square \xrightarrow{- 15} 57$	$x = 6$	R	E
$x \xrightarrow{\cdot 12} \square \xrightarrow{- 35} 25$	$x = 720$	L	E
$x \xrightarrow{: (-0,8)} \square \xrightarrow{+ 9} 3$	$x = 4,8$	T	I
$x \xrightarrow{\cdot 17} \square \xrightarrow{- 28} 40$	$x = 2$	E	H
$x \xrightarrow{: 1,5} \square \xrightarrow{+ 2} 10$	$x = 5$	V	E
$x \xrightarrow{\cdot 7} \square \xrightarrow{+ 30} 2$	$x = -4$	H	I
$x \xrightarrow{: 4} \square \xrightarrow{- 4} -6$	$x = -8$	E	N
$x \xrightarrow{\cdot (-3)} \square \xrightarrow{- 12} 24$	$x = 12$	G	A
$x \xrightarrow{: (-0,5)} \square \xrightarrow{+ 13} 7$	$x = 4$	P	R
$x \xrightarrow{\cdot 0,15} \square \xrightarrow{+ 0,3} 3$	$x = 18$	T	O
$x \xrightarrow{\cdot 0,25} \square \xrightarrow{+ 6} 4$	$x = 0,5$	T	I
$x \xrightarrow{\cdot 0,6} \square \xrightarrow{- 7,4} -11$	$x = -6$	S	F

Wenn du die Gleichungen an den zwölf Dreierwaben löst, zeigt dir dein Ergebnis, wohin die Buchstaben der einzelnen Dreierwaben übertragen werden müssen. Deine Lösung stimmt in jedem Fall mit einer der Zahlen in dem großen Schema überein. Wenn du alles richtig machst, ergibt sich ein englischer Spruch, der aussagt, dass »ein Problem immer von zwei Seiten zu betrachten ist«.



$$(x + 6) \cdot 8 = 32x$$



$$4 \cdot (2x + 3) = 3 \cdot (3x + 2)$$



$$(3x - 5) \cdot 7 = 35 + 7x$$



$$(4 - 5x) + (10 + 6x) = 8$$



$$3 \cdot (5 + 2x) = -3$$



$$4 \cdot (x + 3) - 15 = 2 \cdot (x + 7) - 15x$$



$$0,8 \cdot (2x - 3) = (2x + 4) \cdot 0,6$$



$$3 \cdot (x - 5) = 3,5 + 2x$$



$$5x - 4 \cdot (5x - 6) = -21$$



$$6 \cdot (3x - 7) = 6x + 6$$



$$2 \cdot (49 + 7x) = (19 - 9x) \cdot 3$$



$$26 - 2 \cdot (4 - x) = (8 - 3x) \cdot (-10)$$