7 Ebenen im Koordinatensystem

Ebenen vollständig zu zeichnen, ist eher schwierig, deswegen behilft man sich damit, ganz bestimmte Ausschnitte zu zeichnen. Dies hilft dem eigenen Vorstellungsvermögen zwar auch nicht unbedingt auf die Sprünge, ist aber deutlich einfacher. Man orientiert sich dabei an den Koordinatenachsen und unterscheidet drei Fälle:

(1) E schneidet alle drei Achsen.
(2) E schneidet zwei Achsen.
(3) E schneidet nur eine Achse.

Spurpunkte

Die Schnittpunkte einer Ebene E mit den Koordinatenachsen nennt man **Spurpunkte**. Berechnet habt ihr sie bereits im letzten Kapitel:
Bei allen Punkten auf der x_1-Achse sind die x_2- und x_3-Koordinaten 0 (wie bei den Nullstellen einer Funktion – auch da setzt man die andere Koordinate y = 0).
Dies gilt natürlich auch für den Schnittpunkt von E mit der x_1-Achse. So können wir in der Koordinatengleichung von E $x_2 = x_3 = 0$ setzen und x_1 ausrechnen. Analog berechnet man ggf. die beiden anderen Spurpunkte

Beispiel:

$$E: 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 10$$

Spurpunkt S_1

$$x_2 = x_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 5x_1 - 2\cdot 0 + 2\cdot 0 = 10 \quad \Rightarrow \quad 5x_1 = 10 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad S_1(2|0|0)$$

Spurpunkt S_2

$$x_1 = x_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 5\cdot 0 - 2x_2 + 2\cdot 0 = 10 \quad \Rightarrow \quad -2x_2 = 10 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -5 \quad \Rightarrow \quad S_2(0|-5|0)$$

Spurpunkt S_3

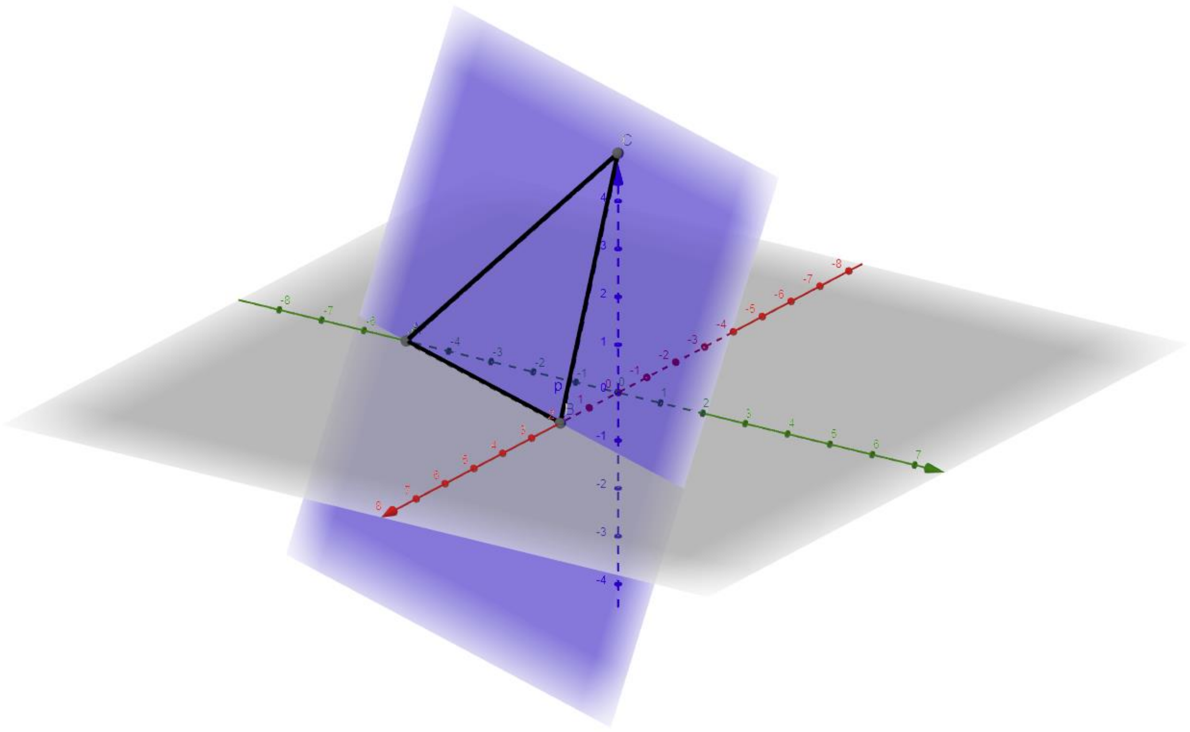
$$x_1 = x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 5\cdot 0 - 2\cdot 0 + 2x_3 = 10 \quad \Rightarrow 2x_3 = 10 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 5 \quad \Rightarrow \quad S_1(0|0|5)$$

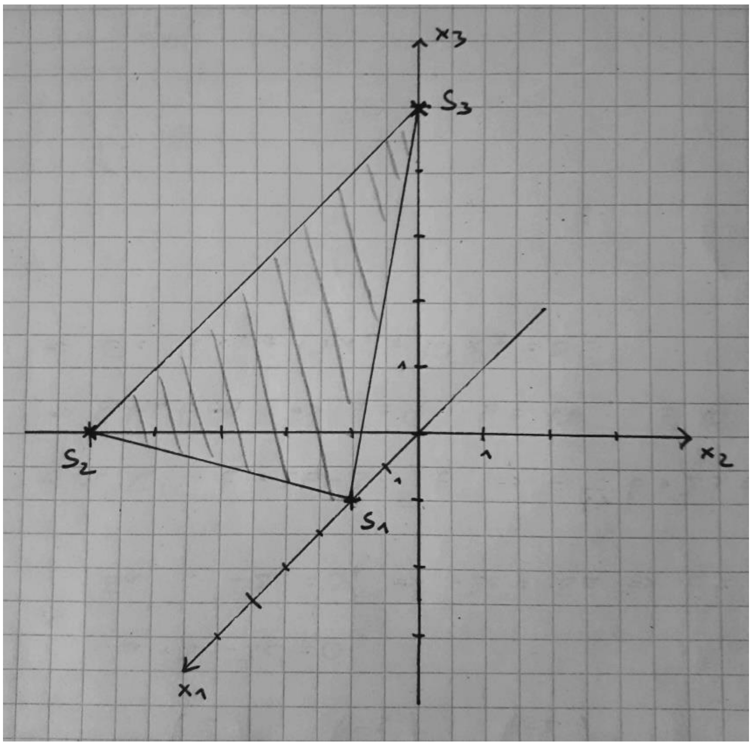
Auf den **Spurgeraden** liegen alle gemeinsamen Punkte von E und den Koordinatenebenen. Die Spurgerade auf der x_1x_2-Ebene wird mit s_{12} bezeichnet. Auch die Spurpunkte liegen auf der Spurgeraden.

Ebenen zeichnen

(1) E besitzt genau drei Spurpunkte

Die drei Spurpunkte werden eingezeichnet und zu einem Dreieck verbunden. Dieses Dreieck stellt den gewünschten Ausschnitt unserer Ebene dar.
Im Vergleich seht ihr auf der nächsten Seite die Ebene auf Geogebra und die Darstellung, die von euch verlangt wird.



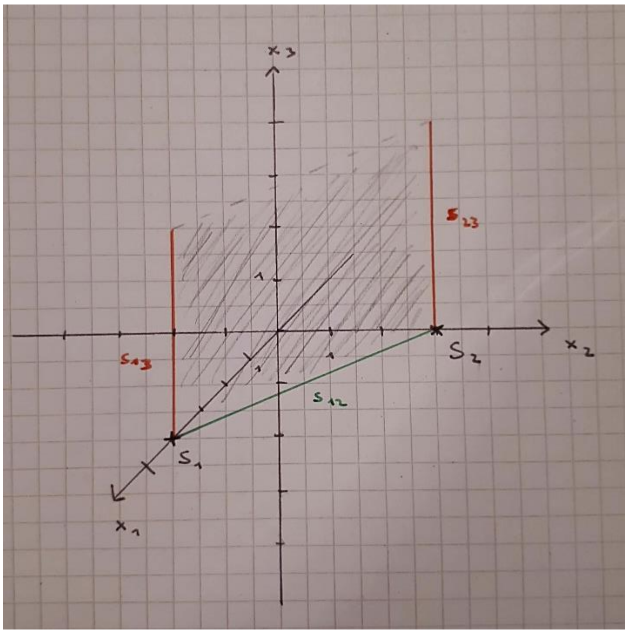


(2) E besitzt genau zwei Spurpunkte

In diesem Fall ist E parallel zu einer der Koordinatenachsen, und zwar immer zu der Achse, die in der Koordinatengleichung nicht auftaucht.

Beispiel: $E: 3x_1 + 4x_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad S_1\,(4|0|0);\ \ S_2(0|3|0) \quad \Rightarrow \quad E\ ist\ parallel\ zur\ x_3 - Achse$

Wieder zeichnet man die Spurpunkte ein und verbindet sie. Die anderen beiden Spurgeraden werden angedeutet, indem sie von den Spurpunkten parallel zur x_3-Achse gezeichnet werden:



(3) E besitzt genau einen Spurpunkt

In diesem Fall ist E parallel zu einer Koordinatenebene, und zwar immer zu der Ebene, die nicht in der Gleichung auftaucht.

Beispiel: $E: 2x_1 = 8 \;\; \Rightarrow \;\; S_1\,(4|0|0) \;\Rightarrow E\ ist\ parallel\ zur\ x_2x_3 - Ebene$

Der Spurpunkt wird eingezeichnet. Da E eine Koordinatenebene nicht schneidet, gibt es auch nur zwei Spurgeraden. Diese verlaufen durch den Spurpunkt und verlaufen parallel zu den beiden anderen Koordinatenachsen. Sie schneiden sich im Spurpunkt orthogonal.
Zum Vergleich seht ihr rechts die Ebene $F: 2x_3 = 8$.