

S. 186, Nr. 3

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a) P(8|0|6) \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 8 = 1 + 2r + 3s \\ 0 = r - 2s \\ 6 = -1 + 3r + s \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2r + 3s = 7 \\ r - 2s = 0 \\ 3r + s = 7 \end{array} \right| \cdot 3 \Bigg] -$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2r + 3s = 7 \\ r - 2s = 0 \\ -7s = -7 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \Rightarrow 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7 \checkmark \\ \Rightarrow r = 2 \\ \Rightarrow s = 1 \end{array}$$

$\Rightarrow \text{ja, } P \in E$

$$b) P(2|1|3) \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 2 = 1 + 2r + 3s \\ 1 = r - 2s \\ 3 = -1 + 3r + s \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2r + 3s = 1 \\ r - 2s = 1 \\ 3r + s = 4 \end{array} \right| \cdot 3 \Bigg] -$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2r + 3s = 1 \\ r - 2s = 1 \\ -7s = -1 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{18}{7} + \frac{3}{7} = 3 \neq 1 \text{ !} \\ \Rightarrow r - \frac{2}{7} = 1 \Rightarrow r = \frac{9}{7} \\ \Rightarrow s = \frac{1}{7} \end{array}$$

$\Rightarrow \text{nein, } P \notin E$

c) und d) analog $\Rightarrow c) P \in E (r = s = 3) ; d) P \notin E$

Musterlösung ausm Buch	Erläuterung
4 a) $E_1: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, E_2: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$ $E_3: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},$ $E_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) In einer Koordinate muss bei allen Stütz- und Spannvektoren null stehen.	Wichtig ist jeweils, dass immer eine Richtung wegfällt. Bei E_1 z.B. bleiben beide Richtungsvektoren „auf dem Boden“ und gehen nicht nach oben. Wichtig ist natürlich, dass auch der Punkt, der als Stützvektor dient, in der jeweiligen Eben (bei E_1 also auf dem Boden) liegt. Alles andere ist beliebig wählbar, da man sich ja auf der entsprechenden Ebene in jede beliebige Richtung bewegen darf.

8 a) E enthält die x_3-Achse ($r = -s$). b) $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$ $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $E: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	a) stimmt so nicht ganz (wenn ich mich nicht irre, manchmal macht mich das Buch auch kirre). Für $r = s$, nicht für $r = -s$ erhält man die Punkte auf der x_3-Achse. Setzt z.B. für $r = s = 1$, dann gelangt ihr zum Punkt $(0/0/1)$, der auf der x_3-Achse liegt. b) Hier wählt man die gleichen Richtungsvektoren, als Stützvektor aber einen Punkt, der nicht auf der ursprünglichen Ebene liegt. c) Richtungsvektoren gleich, Stützvektor: ein Punkt, der auf der E liegt (hier $(0/0/1)$) d) der einfachste Weg: Suche 2 Punkte, die auf E liegen, und berechne dann die Richtungsvektoren.
--	---

S. 187, Nr. 12

$$a) g_1 \cap g_2 \Rightarrow g_1 = g_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 1 + 2r = 3 + s \\ 1 + 3r = 4 \\ 2 + r = 3 + s \end{array} \quad \Leftrightarrow \begin{array}{l} 2r - s = 2 \\ 3r = 3 \\ r - s = 1 \end{array} \Rightarrow r = 1 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 0 = 2 \checkmark$$

$\rightarrow$ b.w.

Setze r in g_1 ein: $\vec{OS} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S(3|4|3)}}$

z.B. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (Richtungsvektoren von g_1 und g_2)
 $\uparrow$
 $\vec{OS}$

b) $g_1 = g_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} 2 + r = 0 + s \\ 0 + r = -2 - 2s \\ 2 + r = 3s \end{array} \quad \Leftrightarrow \begin{array}{l} r - s = -2 \\ r + 2s = -2 \\ r - 3s = -2 \end{array} \quad \left[\begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right] \Leftrightarrow \begin{array}{l} r - s = -2 \\ r + 2s = -2 \\ 5s = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow s = 0 \Rightarrow r = -2 \Rightarrow \underline{\underline{S(0|-2|0)}}$$

$$\Rightarrow E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (z.B.)$$