

Wiederholung: Bruchrechnung

Da in linearen Gleichungen häufig Brüche vorkommen, wiederholen wir diese Woche wie in der Videokonferenz besprochen noch einmal das Rechnen mit Brüchen.

Unsere nächste Videokonferenz findet wieder am **Dienstag um 9:40 Uhr** statt, wie immer könnt ihr dann Fragen zum Stoff und zu den Aufgaben stellen.

Einige Begriffe:

$$\begin{array}{l} 3 \leftarrow \text{Zähler} \\ \hline 4 \leftarrow \text{Nenner} \end{array}$$

- **echte Brüche:**

Brüche, deren Zähler kleiner ist als ihr Nenner; z.B. $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{100}$; $\frac{98}{99}$; $\frac{0}{2}$

- **unechte Brüche:**

Brüche, deren Zähler mindestens so groß ist wie ihr Nenner; z.B. $\frac{5}{3}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{99}{98}$; $\frac{2000}{100}$

- **gemischte Zahlen:**

Unechte Brüche kann man als Summe aus einer natürlichen Zahl und einem echten Bruch schreiben. So dargestellte Brüche heißen **gemischte Zahlen**,

$$\text{z.B. } \frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}; \quad \frac{417}{100} = \frac{400}{100} + \frac{17}{100} = 4\frac{17}{100}$$

- **Stammbrüche:**

Brüche mit einer 1 im Zähler und einer natürlichen Zahl im Nenner, z.B. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{35}$; $\frac{1}{1000}$

- **gleichnamige Brüche:**

Brüche mit dem gleichen Nenner, z.B. $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{17}{6}$

Erweitern und Kürzen

- **Erweitern:**

Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert.

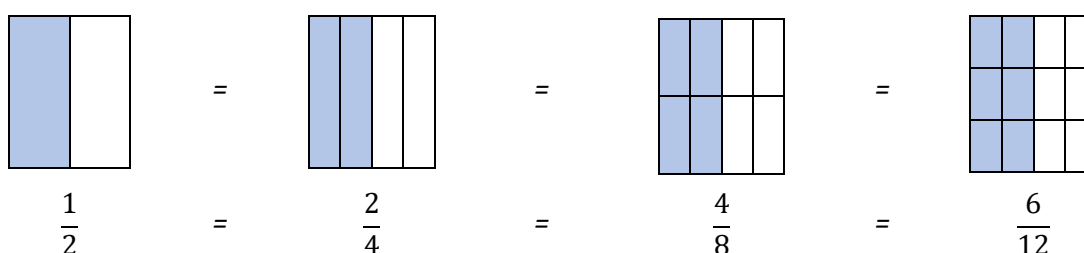
- **Kürzen:**

Zähler und Nenner werden durch die gleiche Zahl dividiert.



Durch Erweitern und Kürzen ändert sich der Wert des Bruches nicht!

Beispiel 1



Beispiel 2

Erweitere die folgenden Brüche mit 5: $\frac{1}{2}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{32}{15}$

Lösung: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$; $\frac{17}{20} = \frac{17 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{85}{100}$; $\frac{32}{15} = \frac{32 \cdot 5}{15 \cdot 5} = \frac{160}{75}$

Beispiel 3

Kürze die folgenden Brüche so weit wie möglich: $\frac{7}{63}$; $\frac{50}{5}$; $\frac{45}{60}$; $\frac{70}{98}$

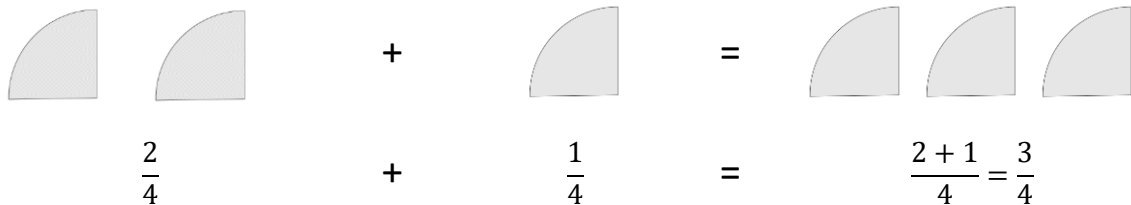
Lösung:

$$\frac{7}{63} = \frac{7:7}{63:7} = \frac{1}{9}; \quad \frac{50}{5} = \frac{50:5}{5:5} = \frac{10}{1} = 10;$$

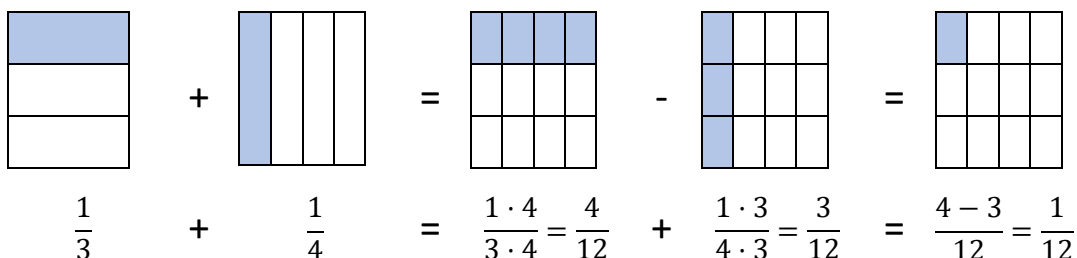
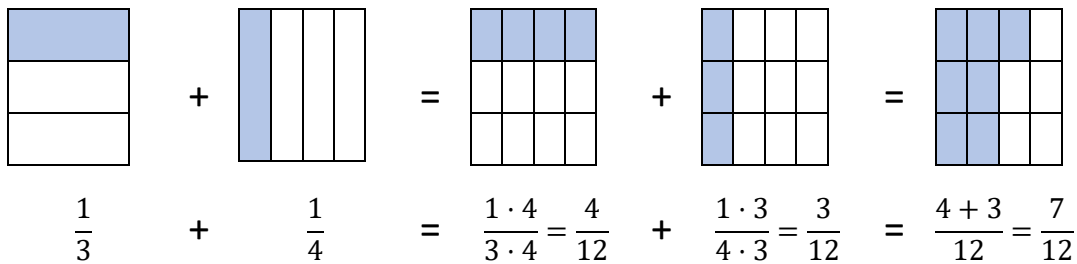
$$\frac{45}{60} = \frac{45:15}{60:15} = \frac{3}{4}; \quad \frac{70}{98} = \frac{70:2}{98:2} = \frac{35}{49} = \frac{35:7}{49:7} = \frac{5}{7}$$

Brüche addieren und subtrahieren

Wenn die Brüche gleichnamig sind, kann man sich das Addieren ganz leicht herleiten:



Wenn die Brüche nicht den gleichen Nenner haben, muss man sie zuerst gleichnamig machen und dann addieren:



Zwei Brüche werden addiert (subtrahiert), indem man...

- sie zuerst gleichnamig macht und
- dann die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner gleich lässt.
- das Ergebnis, wenn möglich, kürzt.

Beispiele:

$$\frac{3}{4} + \frac{11}{4} = \frac{3+11}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{17}{5} - \frac{6}{5} = \frac{17-6}{5} = \frac{11}{5}$$

$$\frac{13}{15} + \frac{2}{45} = \frac{13 \cdot 3}{15 \cdot 3} + \frac{2}{45} = \frac{39}{45} + \frac{2}{45} = \frac{41}{45}$$

$$\frac{12}{7} - \frac{8}{9} = \frac{12 \cdot 9}{7 \cdot 9} - \frac{8 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{108}{63} - \frac{56}{63} = \frac{108-56}{63} = \frac{52}{63}$$

Brüche multiplizieren

Zwei Brüche werden multipliziert, indem man den Zähler mit dem Zähler und den Nenner mit dem Nenner multipliziert.

Das Ergebnis kürzt man so weit wie möglich.

Beispiele:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3 \cdot 12}{7 \cdot 5} = \frac{36}{35}; \quad \frac{4}{13} \cdot \frac{25}{10} = \frac{100}{130} = \frac{10}{13}$$



Oft kann man schon vor dem Multiplizieren „über Kreuz“ kürzen. Das sollte man dann auch tun, damit die Zahlen kleiner werden.

Beispiel:

$$\frac{12}{7} \cdot \frac{49}{18} = \frac{2}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{3} \quad \text{ist einfacher als} \quad \frac{12}{7} \cdot \frac{49}{18} = \frac{12 \cdot 49}{7 \cdot 18} = \frac{588}{126} = \frac{294}{63} = \frac{98}{21} = \frac{14}{3}$$

Handschriftliche Schreibweise:

Brüche dividieren

Man dividiert eine Zahl durch einen Bruch, indem man sie mit ihrem Kehrbuch multipliziert.

Man erhält den **Kehrbuch** eines Bruches, indem man Zähler und Nenner vertauscht.

$$\frac{3}{7} \text{ ist der Kehrbuch von } \frac{7}{3}; \quad \frac{28}{9} \text{ ist der Kehrbuch von } \frac{9}{28}; \quad \frac{1}{3} \text{ ist der Kehrbuch von } 3 = \frac{3}{1}$$

Beispiele:

$$\frac{4}{9} : \frac{3}{2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}; \quad \frac{12}{51} : \frac{3}{34} = \frac{12}{51} \cdot \frac{34}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{3}$$

Übungsaufgaben (bitte bis Sonntag schicken, wenn ihr nicht an der Videokonferenz teilnehmt)

1. Wandle die unechten Brüche in gemischte Zahlen um: $\frac{5}{3}$; $\frac{67}{8}$

2. Wandle die gemischten Zahlen in unechte Brüche um: $1\frac{4}{5}$; $2\frac{6}{11}$; $12\frac{29}{100}$

3. Mache die Brüche gleichnamig.

a) $\frac{6}{5}$ und $\frac{7}{10}$ b) $\frac{7}{4}$ und $\frac{4}{9}$ c) $\frac{16}{12}$ und $\frac{5}{14}$ d) $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{15}$ und $\frac{3}{5}$

4. Kürze so weit wie möglich. a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{51}{68}$ c) $\frac{210}{126}$

5. Berechne. Kürze, wenn es möglich ist.

a) $\frac{35}{36} \cdot \frac{54}{49}$	b) $\frac{8}{15} : \frac{4}{5}$	c) $\frac{9}{16} \cdot \frac{5}{4}$	d) $\frac{81}{65} \cdot \frac{78}{45}$	e) $\frac{15}{18} : \frac{5}{3}$	f) $\frac{28}{39} \cdot \frac{56}{42}$
$\frac{21}{22} \cdot \frac{14}{55}$	$\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{75}$	$\frac{24}{39} \cdot \frac{26}{60}$	$\frac{48}{55} \cdot \frac{32}{65}$	$\frac{56}{81} \cdot \frac{27}{14}$	$\frac{54}{34} \cdot \frac{51}{81}$
$\frac{24}{25} \cdot \frac{15}{16}$	$\frac{18}{35} \cdot \frac{9}{70}$	$\frac{36}{35} \cdot \frac{49}{81}$	$\frac{72}{49} \cdot \frac{63}{48}$	$\frac{12}{21} \cdot \frac{4}{42}$	$\frac{63}{64} \cdot \frac{56}{72}$
$\frac{13}{18} - \frac{1}{6}$	$\frac{4}{15} - \frac{1}{12}$	$\frac{4}{15} + \frac{5}{12}$	$\frac{8}{45} + \frac{1}{30}$	$\frac{9}{50} - \frac{3}{20}$	$\frac{6}{25} + \frac{3}{10}$
$\frac{5}{12} + \frac{4}{15}$	$\frac{7}{30} - \frac{1}{12}$	$\frac{7}{15} - \frac{5}{12}$	$\frac{8}{45} - \frac{1}{30}$	$\frac{7}{45} + \frac{2}{25}$	$\frac{3}{20} - \frac{1}{24}$

6. + 7.

a) Welche Bruchzahl muss man zu $3\frac{4}{7}$ addieren, um $5\frac{1}{2}$ zu erhalten?

b) Von welcher Bruchzahl muss man $2\frac{1}{9}$ subtrahieren, um $4\frac{1}{2}$ zu erhalten?

c) Mit welcher Bruchzahl muss man $1\frac{2}{5}$ multiplizieren, um $\frac{2}{5}$ zu erhalten?

d) Welche Bruchzahl muss man durch $\frac{5}{8}$ dividieren, um $\frac{5}{8}$ zu erhalten?

e) Welche Bruchzahl muss man zu $\frac{9}{16}$ addieren, um die 2. Potenz von $1\frac{1}{4}$ zu erhalten?

Gegeben sind die beiden Bruchzahlen $\frac{8}{9}$ und $\frac{5}{7}$.
Beantworte die Fragen zunächst ohne zu rechnen. Überprüfe dann durch Rechnung.

a) Was ist kleiner: Das Produkt der beiden Zahlen oder der Quotient der beiden Zahlen?

b) Was ist größer: Das Produkt der beiden Zahlen oder die Summe der beiden Zahlen?

c) Was ist kleiner: Der Quotient der beiden Zahlen oder die Differenz der beiden Zahlen?